

文章编号: 1000-8055(2009)08-1699-08

某型发动机涡轮盘销钉孔结构分析与寿命评估

李 伟^{1,2}, 董立伟², 蔡向晖², 赵福星², 刘 东²
(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076)

摘 要: 利用有限元方法计算了某型发动机涡轮盘径向销钉孔的应力应变分布, 分析了不同销钉数目、孔销之间的不同摩擦系数和涡轮盘是否施加扭矩对销钉孔周边应力的影响, 发现了前期试验状况与实际使用的差异. 利用拉伸应变能寿命预测公式进行了寿命评估, 与试验有较好的一致性. 有限元计算及试验结果说明了涡轮盘加扭疲劳试验的必要性, 为某型发动机高压涡轮盘的延寿工作提供了依据.

关 键 词: 高压涡轮盘; 销钉孔; 有限元方法; 结构分析; 应变能寿命计算公式

中图分类号: V231.95

文献标识码: A

Structure analysis and life evaluation of the pin holes in a turbine disc of a type of aero engine

LI Wei^{1,2}, DONG Liwei², CAI Xianghui², ZHAO Fuxing², LIU Dong²

(1. School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Beijing Aeronautical Engineering Technical Research Center, Beijing 100076, China)

Abstract: The stress and strain distribution at the radial pin holes in a turbine disc of an aero engine was analyzed using finite element analysis (FEA) method. The influence of some factors on the stress distribution adjacent the pin hole was discussed, such as the numbers of the pins, the friction coefficient between hole and pin, the presentation of torque on the disc. The analysis revealed the difference between earlier test and actual operation. The fatigue life was estimated with the formula of strain energy and the predicting life tallied well with the test. The results demonstrate that turbine disk fatigue test with torque is necessary, providing a mechanical foundation for the life extension of the high pressure turbine discs.

Key words: high pressure turbine disk; the pin holes; finite element method; structure analysis; life calculation formula of strain energy

某型发动机高压涡轮盘、轴采用了销钉连接方式, 连接部位是强度较弱部位. 为研究工作条件下高压轮盘连接部位的应力、应变场和疲劳寿命特点, 准确定寿, 需要开展涡轮盘销钉孔结构分析和寿命评估.

试验台上某型发动机高压涡轮盘系统是由试验转轴、止退环、涡轮盘和 16 个销钉(前期试验时为方便观测间隔一个销钉孔安装一个销钉, 总共

安装了 8 个销钉)组成的^[1]. 转轴和涡轮盘热压配合后, 加装径向销钉, 实现扭矩的可靠传递; 销钉、轴和涡轮盘之间过盈装配.

但前期的试验^[1,2]以及寿命预测并未达到预期效果, 与涡轮盘实际使用寿命相差较大. 为此, 本文从涡轮盘工作实际出发, 和前期试验相对照, 利用有限元方法, 进行不同销钉数目、孔销之间的不同摩擦系数和气动载荷对涡轮盘销钉孔周边应

力的影响分析; 在进行不同试验载荷条件下应力分析的基础上, 进行销钉孔试验寿命估算, 为验证试验结果并探究加扭试验条件下销钉孔有较长的疲劳寿命的力学依据开展销钉孔寿命分析.

1 涡轮盘系统简化与建模

1.1 简化建模

根据涡轮盘的试验和工作情况, 建立了三种模型: 试验条件下 16 销钉无扭矩模型(简称模型 1, 如图 1) 采用 1/32 循环对称结构, 用来模拟安装全部销钉后不考虑气动载荷工况; 采用 1/16 循环对称结构前期试验的 8 销钉无扭矩模型(简称模型 2, 如图 2); 也采用 1/16 涡轮盘循环对称结构, 模拟涡轮盘的实际工况考虑气动载荷的 16 销钉有扭矩模型(简称模型 3, 如图 3). 在装配中, 涡轮盘套装在试验轴上, 装配过盈量为 0.003~0.063 mm, 在建模时取中值 0.033 mm; 然后通过销钉定位联结, 销钉与轴、盘体之间的装配过盈量为 0.005~0.015mm, 在建模时取中值 0.01mm. 止退环的作用是防止销钉脱出, 其与涡轮盘、销钉无过盈.

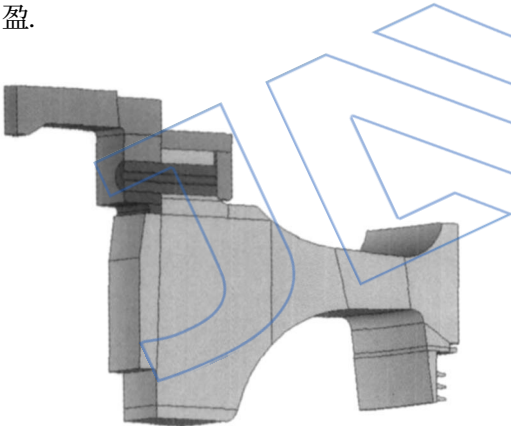


图 1 模型 1 实体示意图
Fig. 1 Sketch of model 1

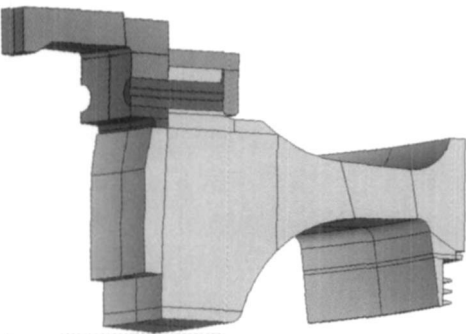


图 2 模型 2 实体示意图
Fig. 2 Sketch of model 2

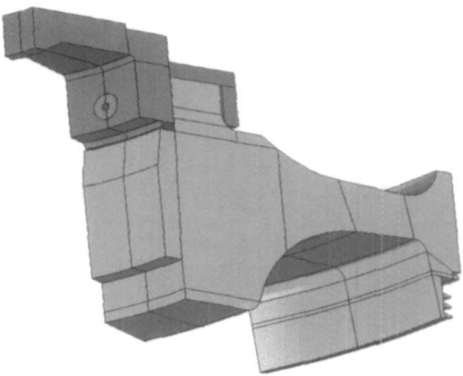


图 3 模型 3 实体示意图
Fig. 3 Sketch of model 3

1.2 计算条件分析

系统中的涡轮盘、止退环、轴和销钉分别采用了三种材料: 涡轮盘和止退环为 GH4133 高温合金, 转轴为 40CrNiMoA、销钉为 18Cr2Ni4WA 结构钢. 其中 GH4133 在 250℃ 的循环应力应变曲线是用文献[3] 450℃ 和 600℃ 数据线性外推得到的, 其余数据来自《航空材料手册》^[4].

为简化建模计算, 略去轮盘塔头和叶片, 其离心力施加于涡轮盘模型外缘, 总离心力随转速的变化分别为 190 341 N (209.6rad/s) 和 7 687 129 N (1196rad/s); 通过气动载荷计算分析, 涡轮盘气动扭矩为 13875 N·m. 实际使用中涡轮盘销钉孔区域的工作温度为 250℃.

1.3 热应力等效方法

涡轮盘在工作时有温度应力影响, 而试验无法模拟温度梯度, 因此一般都采用提高转速补偿温度应力的方法: 采用热-结构贯序耦合方法. 首先计算轮盘有温度应力时的应力场, 然后利用增加转速的方法在销钉孔等效温度应力进行计算, 从而确定提高后的转速.

一般情况下, 在只知道外缘和内缘温度, 而轮盘的溫度场未知时, 可用四次经验公式来替代

$$T = T_0 + (T_1 - T_0) \left(\frac{R^4 - R_0^4}{R_1^4 - R_0^4} \right) \tag{1}$$

式中 T_1 和 R_1 分别表示轮缘温度与半径; T_0 和 R_0 分别表示轮心温度与半径.

温度数据来自测量结果: 该型发动机常温下开车到最大转速直至停车的一个循环下, 涡轮盘轮缘、轮心等几个测点的温度曲线如图 4 所示, 将图中 100% 转速时轮缘与轮心的温度数据带入式 (1), 进行有限元计算, 即可得到温度分布和温度应力分布. 其中最大温差周向温度应力为 270 MPa,

轮盘的实际最大工作转速是 1 196 rad/ s. 这与恒温 250 ℃、转速为 1 331 rad/ s 在偏心孔处的弹性应力分布几乎完全相同, 因此在试验中转速循环为 209. 6~ 1 331 rad/ s. 与提高转速相对应, 试验中使用了将叶尖削短 46% 的短叶片, 来保持试验和实际工况叶片的离心力相同.

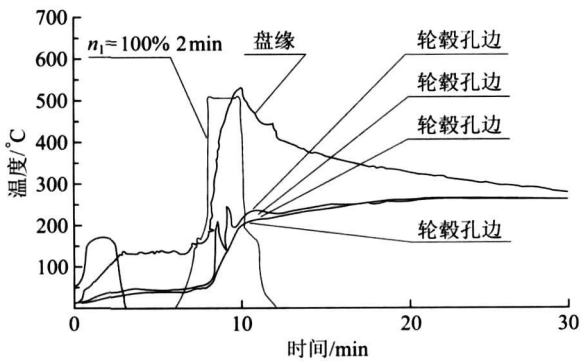


图 4 主循环温度曲线图

Fig. 4 Temperature curves in main cycle

2 涡轮盘系统结构计算分析

由于涡轮盘材料 GH4133 在 250 ℃的循环应力应变曲线是通过 450 ℃和 600 ℃数据线形外推得到的, 过盈装配条件下几种金属材料间的静摩擦系数也是通过工程经验来选取的, 因此有限元计算是定性计算, 用来进行几种不同模型之间对比分析.

涡轮盘系统应力应变分析表明: 在载荷循环中, 循环峰值应变幅出现在涡轮盘销钉孔周缘, 凸肩内侧孔缘较大(图 5 所示 P 点附近). 如图 5, 在 P 点附近, PQ 方向有可能产生疲劳开裂. 为后续描述方便, 这里约定当转速达到最大时记为峰值状态, 试验小转速时记为循环谷值状态.

2.1 销钉孔壁摩擦系数对 P 点应力应变的影响

在有限元分析模型中, 销钉孔壁与销子间的

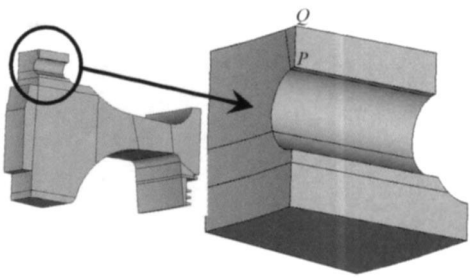


图 5 重点考察部位 P 点和 PQ 线段的选择

Fig. 5 Critical part of P and PQ

摩擦系数是基于二者之间为过盈装配条件下静摩擦的特点, 按一般工程经验选取的, 具体取值为 $\mu=0.4$.

为进一步分析摩擦系数对 P 点应力应变值的影响, 在模型 1 上补充进行了摩擦系数 μ 取值为 0.1 时的应力分析工作, 结果见表 1. 由对比结果可以看出, P 点的最大主应力、主应变均随摩擦系数成正比变化, μ 取值 0.4 时 P 点的最大主应力、主应变分别是 μ 取值 0.1 时的 1.1 倍; P 点循环变幅随 μ 值的变化幅度相对较小, 且表现出不同的规律, 在 μ 取值 0.1~0.4 区间内, 应力幅随 μ 值增加而增加, 应变幅则随 μ 值增加而减少. 上述计算结果说明, P 点计算结果与销钉和销钉孔之间的约束有关.

2.2 模型 1 计算结果分析

在整个循环加载过程中, 涡轮盘、销钉和试验转轴之间都有分离现象. 销钉相对于试验转轴有相对位移, 涡轮盘相对于销钉的位移不明显, 止退环受到销钉的挤压. 试验转轴、销钉、止退环在循环过程中, 其应力应变变化在弹性范围内.

涡轮盘的周向应力云图如图 6 所示, 危险区域在销钉孔周围. 在进入循环峰值转速时, 销钉孔处进入塑性区, 其第一主应力为周向, 明显大于第二、第三主应力. 应变变化规律和应力变化规律相

表 1 各种模型及摩擦系数对 P 点应力应变计算结果的影响比较

Table 1 Influence of models and coefficients on stress and strain at P

计算模型		循环峰值最大 主应力/MPa	循环谷值最小 主应力/MPa	循环 应力幅/MPa	循环 应变幅
模型 1	静摩擦系数 $\mu=0.1$	816.11	-740.09	1556.2	0.0101321
	静摩擦系数 $\mu=0.4$	920.9	-714.33	1635.2	0.009931
模型 2	有销钉孔	932.32	-747.55	1679.9	0.010794
	无销钉孔(P')	1108.7	-674.39	1783.1	0.0094657
模型 3		974.92	-700.06	1675	0.0089878

注: 循环谷值最小主应力与循环峰值最大主应力方向相同.

同,第一主应变的方向为涡轮盘周向,其对应的主应变明显大于第二、第三主应变.循环谷值状态时,对应周向应力如图 7,计算结果见表 1.

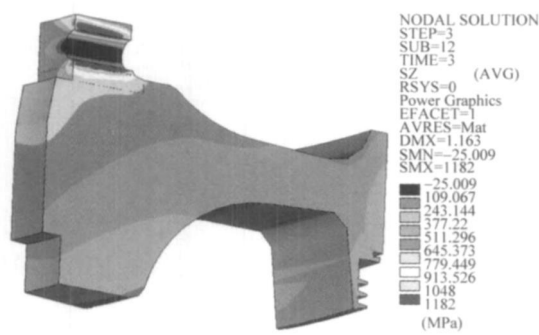


图 6 模型 1 循环峰值状态涡轮盘周向应力分布云图
Fig. 6 Circumferential stress distribution of turbine disc at the crest of the cycle of model 1

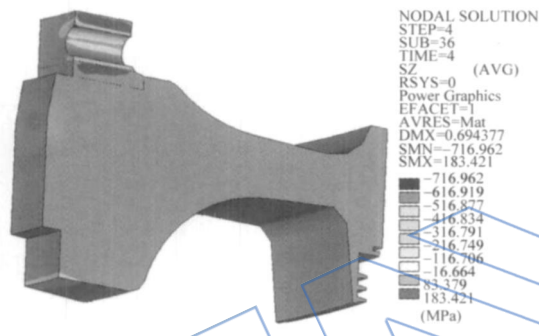


图 7 模型 1 循环谷值状态涡轮盘周向应力分布云图
Fig. 7 Circumferential stress distribution of turbine disc at the trough of the cycle of model 1

2 3 模型 2 计算结果分析

在前期试验中为了测量方便,采用间隔一个销钉孔安装一个销钉的方法进行连接,共安装了 8 个销钉,为此进行了 8 销钉无预扭模型的计算.如图 8、图 9 所示,图中左侧未安装销钉,右侧安装了销钉.图循环峰值状态下和循环谷值状态下的应力云图.

数据结果分析表明,在轮盘 8 销钉试验模型中,未装销钉的销钉孔处也有可能产生裂纹.这里设定与安装销钉一侧 PQ 线段相对应的未安装销钉的一侧为 $P'Q'$ 线段,则其 P' 点周向应变幅循环峰值点处应变幅值小于安装销钉孔边的循环峰值点处,但其塑性梯度小,单从危险点着手很难判断,具体讨论见第 4 节,计算结果见表 1.

2 4 模型 3 计算结果分析

涡轮盘在实际工作中有气动扭矩,气动计算

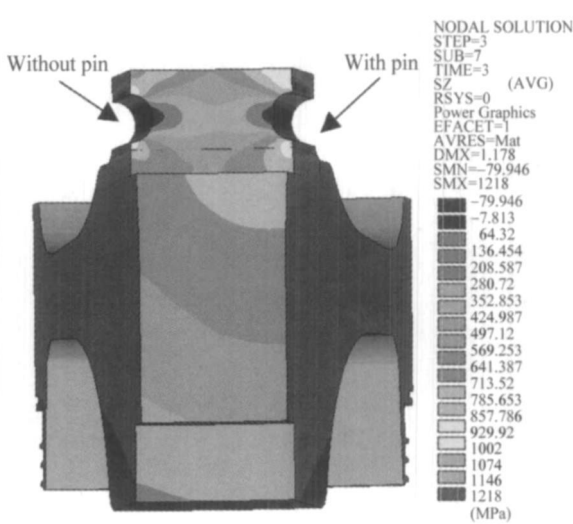


图 8 模型 2 循环峰值状态涡轮盘周向应力分布云图
Fig. 8 Circumferential stress distribution of turbine disc at the crest of the cycle of model 2

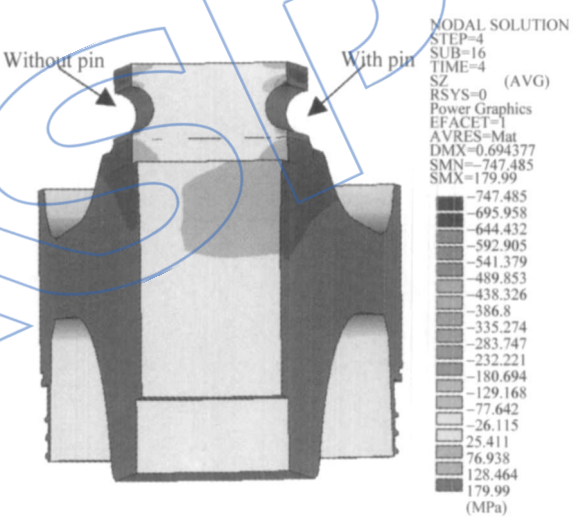


图 9 模型 2 循环谷值状态涡轮盘周向应力分布云图
Fig. 9 Circumferential stress distribution of turbine disc at the trough of the cycle of model 2

为 $13875\text{N} \cdot \text{m}$,为此又进行了有预扭模型计算.考察涡轮盘系统结构,在考虑扭矩后,每隔 $1/16$ 涡轮盘结构应力应变循环对称.在柱状节点坐标系下,取对称两截面上位置相同的节点,则其 ρ, θ 和 z 三坐标位移完全相同,因此采用对称节点自由度耦合的方法约束模型边界进行添加扭矩的计算.

计算表明循环峰值周向应变幅出现点和 16 销钉模型 P 点的位置相同.图 10、图 11 所示为循环峰值状态和循环谷值状态时的周向应力分布,可以看出,当添加扭矩时,其应力应变场不再对称,呈现向一边偏的趋势,在施加扭矩以后涡轮盘的应变幅减小.计算结果见表 1.

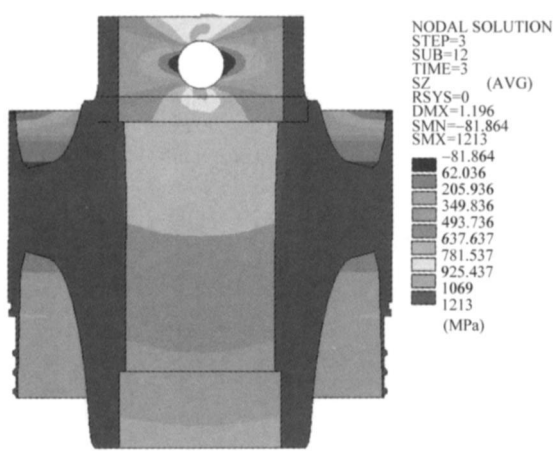


图 10 模型 3 循环峰值状态周向应力分布云图
Fig. 10 Circumferential stress distribution of turbine disc at the crest of the cycle of model 3

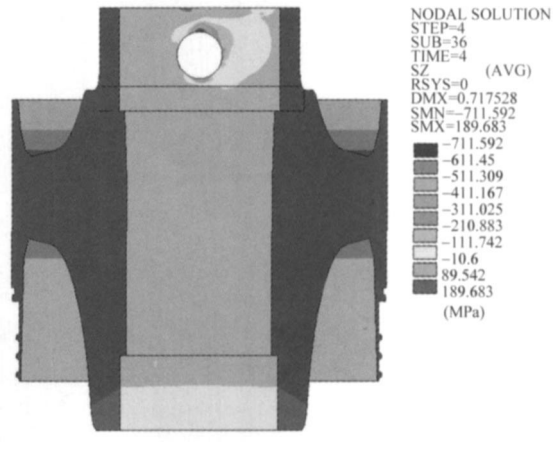


图 11 模型 3 循环谷值状态周向应力分布云图
Fig. 11 Circumferential stress distribution of turbine disc at the trough of the cycle of model 3

3 涡轮盘寿命规律研究

对于高应力梯度区域, 仅仅从应力及应力修正的公式来计算寿命, 不考虑应变及应变梯度, 其寿命预计结果与实际情况已发生严重背离, 误差已超出工程许可范围. 譬如利用 Masson-Coffen 公式^[5,6], 计算只安装 8 个销钉的模型 2, 安装销钉的销钉孔寿命远低于没有销钉的销钉孔, 和表 2 中的 1~ 4 号试验结果完全相悖.

对于大应变及大应变范围和梯度的构件来说,

从能量的角度来衡量, 则更为精确. 为此, 本文利用了赵福星提出的拉伸应变能寿命预计方法.^[7]

3.1 涡轮盘实验情况

涡轮盘在地面旋转试验器上, 前期进行过不加扭矩的 4 次低循环疲劳试验. 为便于盘轴连接销钉孔裂纹检测, 在试验中传扭的 16 个销钉中仅等间隔装了 8 个(即模型 2). 目视发现裂纹, 停止试验分解检查, 试验结果见表 2.

为了考核施加扭矩对盘轴连接销钉孔疲劳

表 2 某型发动机高压涡轮盘低循环疲劳寿命试验结果
Table 2 Test results of LCF life of the high pressure turbine disc

序号	试验条件	试验盘	试验循环数	检查情况
1	盘轴连接销子不承受扭矩, 试验中单号销钉孔未装销子, 双号销钉孔装有销子	新盘	7087	1# 孔为主裂纹, 已扩展至盘中心, 长 26 mm; 4# , 7# , 9# , 12# 和 15# 孔均目视可见裂纹; 断口分析揭示出 1# 裂纹萌生寿命 3 493 循环, 4# 裂纹萌生寿命 3 667 循环 ^[1]
2		旧盘 (200H)	6047	1# 孔为主裂纹, 长 10 mm; 5# , 8# , 12# 和 16# 孔均目视可见裂纹; 断口分析 1# 裂纹萌生寿命 3 161 循环, 8# 裂纹萌生寿命 3 985 循环, 16# 裂纹萌生寿命 3 783 循环 ^[1]
3		旧盘 (800H)	2100	着色检查 6 个孔 (3# ~ 8#) 均有裂纹, 长度分别约为 10, 5, 2, 5, 10 mm 和 5 mm ^[6]
4		旧盘 (800H)	2610	2 330 循环时检查发现 7# 孔裂 4 mm, 2 430 循环时裂纹未明显扩展, 2610 循环时裂纹扩展至 10 mm ^[6]
5	盘轴连接销子承受 10 000 N · m 恒定扭矩作用, 16 个销钉孔均装有连接销子	新盘	10 000	15 个销钉孔均未发现裂纹 (另一个孔销子拔不出, 无法检查)

注: 序号 3 和 4 号试验转子循环峰值转速为 12 810 r / im, 其它试验转子循环峰值转速为 12 710 r / m in.

寿命的影响,又进行了施加固定扭矩的高压轮盘疲劳试验.试验施加恒定的 13875 N·m 扭矩,传扭的 16 个销钉全部装上(即模型 3).试验通过 10000 循环,分解探伤检查,未发现裂纹(试验结果见表 2).显示了在新的试验条件下,某型高压轮盘有较长的疲劳寿命.

3.2 拉伸应变能寿命模型

该模型的假设是:在低循环载荷作用下,构件材料的损伤,是由其最大应力点附近所吸收的拉伸应变功控制的.每个循环单位体积的材料所吸收拉伸应变功的大小,可通过拉伸应变能的有效值来度量.

材料的对称循环拉伸应变能表述为

$$W_d = \frac{\Delta \sigma_{-1}}{2} \frac{\Delta \varepsilon_{e,-1}}{2} \left(\frac{2\theta_{p,-1}}{1+n'} + \frac{\theta_{e,-1}}{2} \right) \quad (2)$$

其中 $\frac{\Delta \sigma_{-1}}{2}$ 为循环的应力幅;

$\frac{\Delta \varepsilon_{e,-1}}{2}$ 为循环的总应变幅;

$\theta_{p,-1} = \frac{\Delta \varepsilon_p}{\Delta \varepsilon}$, $\theta_{e,-1} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{\Delta \varepsilon}$ 分别为塑性应变比

和弹性应变比;

$\Delta \varepsilon_p$, $\Delta \varepsilon_e$ 分别为塑性应变范围和弹性应变范围;

n' 为循环应变硬化指数.

采用构件低循环疲劳寿命的拉伸应变能模型,利用文献[3]材料试件的循环应力应变和寿命数据,外推拟合的 250℃ GH4133 寿命计算式为

$$\begin{aligned} \lg N_f = & 5\,1089 - 5\,5354(\lg W_d) + \\ & 6\,9087(\lg W_d)^2 - 5\,0421(\lg W_d)^3 + \\ & 1\,8348(\lg W_d)^4 - 0\,2569(\lg W_d)^5 \end{aligned} \quad (3)$$

其中 W_d 为有效应变能; N_f 为循环寿命.

而构件拉伸应变能的有效值,可由距最大应力点 0.8 mm 以内虚拟裂纹深度方向上的拉伸弹性应变能与拉伸滞后能的和的均值来近似.最大应力点附近的拉伸应变能有效值,可由第一主应力和第一应变幅的函数积分出来.

$$W_a = \int_0^a \beta \frac{\Delta \sigma_1}{2} \frac{\Delta \varepsilon_{1,1}}{2} d\bar{a} \quad (4)$$

其中 $\bar{a} = \frac{a}{a_0}$ 为虚拟裂纹相对长度, $a_0 = 0.8\text{ mm}$;

$\frac{\Delta \sigma_1}{2}$, $\frac{\Delta \varepsilon_{1,1}}{2}$ 分别为第一主应力幅和第一主应变幅; β 为与局部应力、应变和应力循环特征 r 相关的函数.

当构件最大应力点附近的有效拉伸应变能与光滑试件对称循环的拉伸应变能相等时,构件与光滑试件将具有相同的寿命.即

$$W_a = W_d \quad (5)$$

在此条件下,对 3 种结构载荷条件下如图 5 所示 P 点起始沿 PQ 线方向的有效应变能和寿命计算,结果如表 3 所示,应变能分布如图 12~ 图 14 所示.

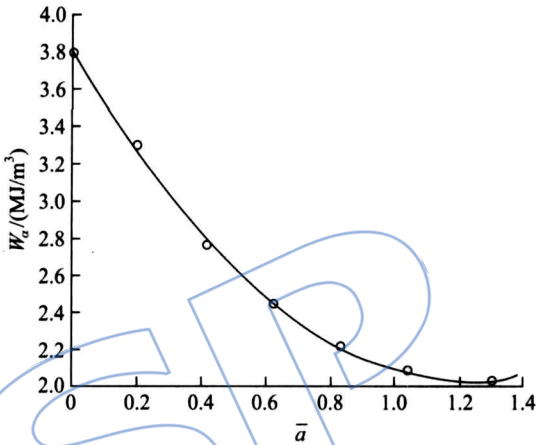


图 12 模型 1 应变能分布

Fig. 12 Strain energy distribution of model 1

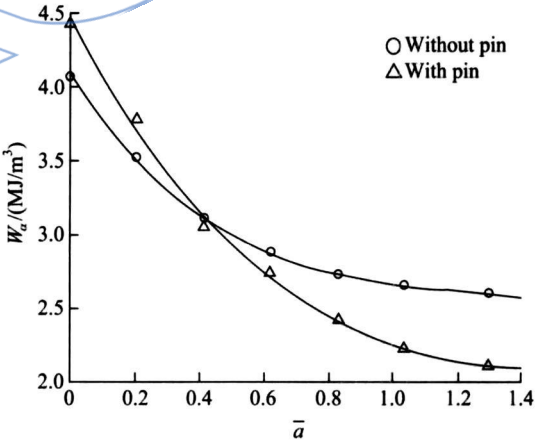


图 13 模型 2 有、无销钉孔应变能分布

Fig. 13 Strain energy distribution of model 2 with the dowel hole or not

3.3 计算与试验对比分析

由于材料数据有限,这里只能进行定性分析,为比较方便提出寿命比概念,寿命比是计算得到的循环寿命与最小循环寿命的比值.

对于前期无扭矩 8 销钉结构的试验盘,有销钉孔和无销钉孔的初始寿命非常接近,寿命比为 1.02:1,有销钉孔的寿命略长一些,这与试验中两种孔都有裂纹且无销钉孔裂纹较多的现象相一

表 3 寿命计算值

Table 3 Calculation results of life

计算条件序号	模型 3	模型 1	模型 2(有销钉孔)	模型 2(无销钉孔)
有效应变能/(MJ/m ³)	2.499 9	2.751 1	3.076 8	3.120 0
寿命/(循环数)	5320	4433	3661	3580
寿命比	1.49	1.24	1.02	1.0

注: 寿命比是以模型 2(无销钉孔)为基准.

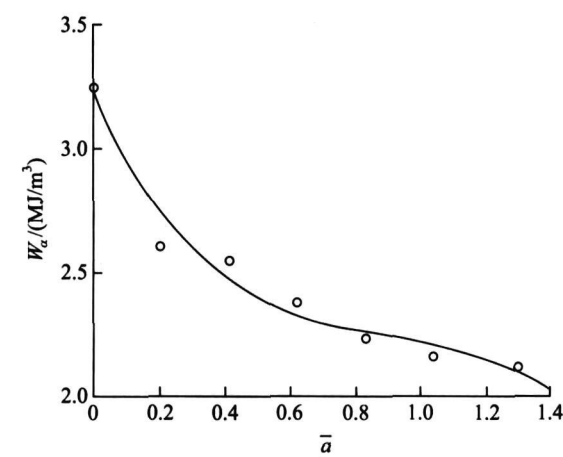


图 14 模型 3 应变能分布

Fig. 14 Strain energy distribution of model 3

致(如表 3 种序号为 1~4 的 4 个试验盘结果). 由图 13 可以看出, 虽然有销钉孔孔边($\bar{a}=0$)应变能大于无销钉孔孔边应变能. 但是, 有销钉孔应变能随相对虚拟裂纹长度 $\bar{a}$ 衰减较快, 使得其应变能有效值略小于无销钉孔的, 因而出现了有销钉孔的寿命略长的计算结果.

无扭矩的 16 销钉结构试验盘其计算初始寿命, 大于 8 销钉结构试验盘的计算初始寿命, 寿命比为 1.24:1. 说明采用 8 销钉结构进行试验会降低轮盘销钉孔的疲劳寿命, 也就是说前期试验不太合理.

有扭矩的 16 销钉结构试验盘, 其计算初始寿命大于无扭矩的 8 销钉结构试验盘的计算初始寿命, 寿命比为 1.49:1. 表 3 中加扭盘的计算寿命 5320 循环, 而表 2 所列加扭试验盘经历 10000 次循环后无裂纹, 试验寿命大于计算值. 其原因与孔边有限元网格较粗有关. 图 12~图 14 的应变能分布可以反映出这一结果(由于时间所限未作进一步探讨).

增加径向销钉个数, 添加扭矩之所以能减小销钉孔周向应力应变, 是因为径向销钉的径向拉力减小了涡轮轴安装凸肩的径向变形. 峰值状态 3 种载荷结构的径向销钉拉力见表 4

表 4 峰值状态径向销钉拉力

Table 4 Force of the radial dowel at the peak condition

计算条件	单个销钉拉力/N	销钉总拉力/N
模型 1	3 751.8	60029
模型 2(有销钉孔)	3 631.0	29048
模型 3	7 543.2	120690

工作中的涡轮盘除了承受扭矩外还承受轴向力, 可以预见轴向力也具有增加径向销钉摩擦力减小销钉孔应力应变的作用.

4 结 论

本文通过对某型发动机高压涡轮系统销钉孔部位的结构计算分析和基于应变能寿命计算公式的寿命评估, 发现了前期试验状况与实际使用差别较大的问题, 提出了涡轮盘加扭的试验方法, 有效解决了试验问题, 为延寿工作提供了力学依据. 经整理和分析, 可得如下结论:

1) 轮盘的危险点在轮盘销钉孔缘的 P 点, 与疲劳试验的起裂点是一致的. 无预扭 8 销钉结构的试验盘中有销钉孔和无销钉孔的初始寿命非常接近, 有销钉孔的寿命略长一些, 这与试验中两种孔都有裂纹且无销钉孔裂纹较多的现象相一致, 说明了计算的合理性.

2) 无预扭的 16 销钉结构试验盘计算初始寿命, 大于 8 销钉结构试验盘的计算初始寿命. 说明采用 8 销钉结构进行试验会降低轮盘销钉孔的疲劳寿命, 也说明了前期试验的不合理性.

3) 所施加的扭矩是根据实际工作中叶片的气动载荷计算得到的, 添加扭矩的计算和试验寿命要优于不添加扭矩的计算和试验结果. 利用这一结论解决了试验问题, 为某型发动机的延寿工作提供了依据.

参考文献:

[1] 龚梦贤, 黄庆东, 肖育祥, 等. 某 I 级涡轮盘低循环疲劳寿命试验研究[J]. 航空动力学报, 1999, 14(4): 361-366

GONG Mengxian, HU ANG Qingdong, XIAO Yuxiang, et al. An experimental study on low cycle fatigue life of 1st turbine disk in aeroengine[J]. Journal of Aerospace Power, 1999, 14(4): 361-366 (in chinese)

[2] 董立伟. 发动机高压涡轮盘非线性结构分析[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2005

DONG Liwei. Non-linear structure analysis of a turbine disk in the high pressure section of an aeroengine[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2005. (in Chinese)

[3] 谢济中, 徐凤琴, 董福祥, 等. 涡喷系列发动机轮盘和机匣材料特性研究[R]. 北京: 北京航空材料研究院, 2002

[4] 颜鸣皋, 刘多朴, 师昌绪, 等. 中国航空材料手册[M]. 北京: 中国标准出版社, 2002

[5] Topper T H, Sandor B I, Morrow J. Cumulative fatigue damage under cyclic strain control[J]. Journal of Materials, 1969, 4(1): 189-199

[6] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004

[7] 赵福星, 杨兴宇, 董立伟, 等. 考虑应变梯度影响的疲劳寿命预测技术试验验证[R]. 北京: 北京航空工程技术中心, 2003

